

PARECER DA ASSOCIAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA
EXAME NACIONAL DO ENSINO SECUNDÁRIO
PROVA ESCRITA DE MATEMÁTICA APLICADA ÀS CIÊNCIAS SOCIAIS - 835
2ª FASE – 2006

A prova está de acordo com o programa da disciplina e com as Informações-exame emanadas do GAVE.

Comparativamente à 1ª fase, esta prova está mais ajustada ao tempo disponível. Várias questões requerem interpretação e trabalho com os dados que a própria prova fornece, ou seja, a resolução dispensa conhecimentos técnicos ou rotinas operatórias. Os cálculos surgem apenas para alicerçar a tomada de posição e fundamentar argumentações.

Nesta prova, a utilização da calculadora foi contemplada como um instrumento de suporte e apoio imprescindível tanto na vertente numérica como nas suas potencialidades em modo estatístico.

21 de Julho de 2006

A Direcção da APM

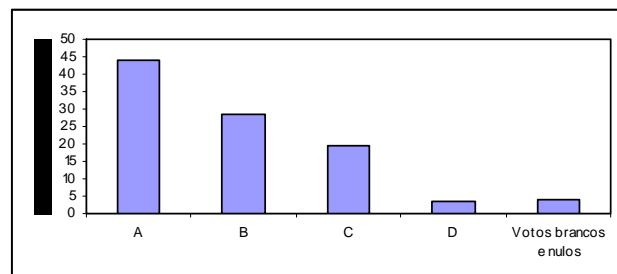
EXAME NACIONAL DO ENSINO SECUNDÁRIO
PROVA ESCRITA DE MATEMÁTICA APLICADA ÀS CIÊNCIAS SOCIAIS – 835
2ª Fase - 2006
Resolução

1.

1.1.

1.1.1. Em 1997, a distribuição dos votos e respectiva percentagem foi

	Partido A	Partido B	Partido C	Partido D	Branco e nulos
Número de votos	13 442	8 723	6 033	1 120	1 258
Percentagem de votos	44	28,5	19,7	3,7	4,1



1.1.2. O Presidente da Câmara eleito em 1997 foi o cabeça-de-lista do partido A uma vez que este foi o mais votado nessa data. Como, em 2001, o mesmo partido manteve-se o mais votado (com uma percentagem de votos superior a 45%), o cabeça-de-lista do partido A foi reeleito Presidente da Câmara.

1.1.3. Se, em 1997, a abstenção foi de 36%, os votantes, que já sabemos serem num total de 30 576, correspondem a 64%; então, o número total de inscritos é de 47 775 ($\frac{30576}{0,64}$).

A probabilidade, de uma pessoa escolhida ao acaso, ter votado no partido A é $\frac{13\,442}{47\,775} \approx 28\%$

1.1.4. Começamos por determinar a atribuição de mandatos para cada partido, em 1997.

	A	B	C	D
Divisores	13442,0	8723,0	6033,0	1120,0
1	13442,0	8723,0	6033,0	1120,0
2	6721,0	4361,5	3016,5	560,0
3	4480,7	2907,7	2011,0	373,3
4	3360,5	2180,8	1508,3	280,0
5	2688,4	1744,6	1206,6	224,0
6	2240,3	1453,8	1005,5	186,7
7	1920,3	1246,1	861,9	160,0

O partido A obteve 4 mandatos, o B 2 e C 1.

Se os partidos B e C tivessem concorrido coligados, simulemos a distribuição de mandatos.

	A	B+C	D
Divisores	13442,0	14756,0	1120,0
1	13442,0	14756,0	1120,0
2	6721,0	7378,0	560,0
3	4480,7	4918,7	373,3
4	3360,5	3689,0	280,0
5	2688,4	2951,2	224,0
6	2240,3	2459,3	186,7
7	1920,3	2108,0	160,0

Nesta simulação, o partido A ficaria com 3 mandatos – perderia um – e à coligação de B e C seriam atribuídos 4 mandatos – mais um do que se tivessem concorrido isoladamente. Claro que a presidência da câmara seria para a coligação por esta agora lhe ser atribuído o maior número de votos. A existência da coligação favorecerá os partidos que a constituíam.

1.2.

1.2.1. De acordo com o esclarecimento dado nesta pergunta, os partidos X e Y estão em situação de “empate técnico” se a diferença entre as estimativas pontuais, em valor absoluto, for inferior à margem de

erro; como $|41 - 39| = 2\%$ é menor do que 6% , estes dois partidos encontram-se em “*empate técnico*”.

1.2.2. Não. O facto de o partido X ter saído vencedor de forma alguma significa que a sondagem estivesse mal feita. As estimativas das percentagens de votos para os partidos X e Y foram, respectivamente, 39% e 41% com uma margem de erro de 6% , querendo isto dizer que para um nível de confiança de 95% , é de esperar que o partido X tenha entre 33% e 45% e o partido Y entre 35% e 47% . Portanto, mesmo que entre o momento das sondagens e o dia das eleições os eleitores não tenham mudado de opinião, a percentagem de votos em X aproximou-se do extremo direito (45%) do intervalo de confiança e a percentagem de votos em Y do extremo esquerdo (35%), saindo este último vencido.

1.2.3. Na fórmula que permite obter o intervalo com nível de confiança 95% para a proporção de votantes no partido X, sendo 39% a estimativa dessa proporção, a margem de erro obtém-se usando a expressão

$$1,96 \sqrt{\frac{0,39 \times 0,61}{n}}$$

Para a margem de erro ser de 6% ($0,06$), a dimensão da amostra será um número próximo de 250 ;

$$1,96 \sqrt{\frac{0,39 \times 0,61}{250}} \approx 0,06.$$

Se a margem de erro passar a metade da anterior, $0,03$, mantendo o nível de confiança, a dimensão da amostra terá de passar a ser um número próximo de 1000 . $1,96 \sqrt{\frac{0,39 \times 0,61}{1000}} \approx 0,03$. É falso dizer que teria sido necessário inquirir o dobro das pessoas; a dimensão da amostra quadruplicou.

2.

2.1. Introduzindo os valores das variáveis a e p , ano da recolha de dados e p número de portugueses, em milhões, residentes em Portugal em duas listas do modo estatístico da calculadora, e procurando a regressão linear entre as duas variáveis, o coeficiente de correlação é aproximadamente igual a $0,988$.

O modelo linear construído, informa que o número de população residente em Portugal aumentou entre 1864 e 2000 ; os valores reais são bem interpretados pelos valores obtidos através do modelo linear apresentado, uma vez que os pontos do diagrama de dispersão estão próximos dos pontos da recta para os mesmos valores da variável a .

2.2. O modelo linear construído a partir dos dados é adequado para estimar o número de residentes em Portugal entre 1864 e 2000 ; claro que ainda é apropriado para obter valores aproximados dos portugueses residentes em Portugal em datas anteriores a 1864 e posteriores a 2000 , mas terão de ser números não muito afastados destas duas últimas datas mencionadas. Se o afastamento a 1864 e a 2000 for acentuado, o modelo deixa de ser apropriado por não ter sido obtido a partir de dados em anos exteriores ao intervalo entre 1864 e 2000 . Repare-se que em 1780 , por exemplo, o número de residentes em Portugal já seria negativo, $p(1780) = -0,044$; por outro lado, de acordo com o modelo linear a população crescerá sem limitações, o que não corresponde à realidade.

2.3. Comparem-se alguns números obtidos a partir do modelo linear, apresentado no enunciado da prova, com a previsão para a população portuguesa nas projecções do INE.

Ano (a)	População, em milhões (p)	
	a partir do modelo linear $p=0,0477a - 84,95$	projecções do INE
2010	10,927	10,626
2050	12,835	9,302

Os valores obtidos através do modelo linear para a população residente em Portugal, em 2010 , não se afastam das projecções apresentadas pelo INE. Ambos apontam para valores na ordem dos 10 milhões de habitantes; isto significa que, pelo menos, até 2010 se tem um modelo adequado para a evolução da população residente em Portugal. O mesmo já não se pode dizer para meados do século XXI; pelo modelo, uma vez que é linear, a população continuaria a aumentar, apresentando nessa data o valor de $12,835$ milhões, enquanto que as previsões do INE apontam para uma diminuição da população motivada pelo actual envelhecimento da população e pelos níveis de fecundidade abaixo do limiar de substituição de gerações.