

**Aplicação de Métodos de Partilha a Situações Reais:  
dois métodos diferentes,  
o mesmo objectivo: obter uma partilha equilibrada**

## Índice

---

- Índice .....	pág. 2
- Introdução: a necessidade da partilha equilibrada .....	pág. 3 e 4
- Método do Ajuste na Partilha .....	pág. 5 a 14
- Quem desenvolveu o método – breves notas biográficas .....	pág. 6 e 7
- Algoritmo do Método e as suas possíveis utilizações .....	pág. 8 e 9
- Um exemplo de aplicação deste método: uma situação de divórcio .....	pág. 10 a 14
- Método da Licitação Secreta .....	pág. 15 a 20
- Quem desenvolveu o método – breves notas biográficas .....	pág. 16
- Algoritmo do Método e as suas possíveis utilizações .....	pág. 17
- Um exemplo de aplicação deste método: a divisão de uma herança .....	pág. 18 a 20
- Conclusão .....	pág. 21 e 22
- Bibliografia .....	pág. 23

## Introdução: a necessidade da partilha equilibrada

---

Com este trabalho o grupo pretende dar a conhecer o funcionamento de dois métodos de partilha equilibrada, bem como as suas possíveis aplicações. Também os matemáticos que os desenvolveram foram objecto de uma breve referência, além de explicar um pouco os parâmetros legais de um testamento e a sua aplicação.

No entanto, antes de dar início ao estudo dos dois métodos em concreto, vamos dar uma breve explicação da necessidade da partilha equilibrada e o seu percurso histórico.

Um facto comum a todas as sociedades é o facto de terem de partilhar objectos. Desde sempre que as civilizações foram confrontadas com situações em que tinham de partilhar alimentos, dividir terrenos, ... Mesmo no nosso dia a dia, apesar de passarem quase despercebidas, são inúmeras as ocasiões em que temos que dividir algo: desde uma pizza às tarefas a realizar ao longo do dia. E quando nos confrontamos com situações deste género surgem-nos diversas questões: “Será a minha fatia a melhor? “Terei ficado com as piores tarefas a realizar?”. De facto os problemas de partilha levam a situações de inveja entre os jogadores (pessoas pelas quais os objectos são divididos), caso esta não seja equilibrada. Mas, o que se entende por partilha equilibrada?

Teoricamente, dado um conjunto de bens para ser repartido por  $N$  elementos, uma parcela justa será aquela que corresponderá a pelo menos  $1/N$  do valor total dos bens.

Mas, o mais importante para determinar se uma partilha é equilibrada ou não, é o facto de cada elemento envolvido considerar a sua parte justa.

Além disso, cada elemento não deve questionar-se sobre o valor de outra parcela (para além da sua), ou mesmo desejar trocar a sua parte com outro. Se isso acontecer é porque o indivíduo não está satisfeito, considerando que a partilha não é justa.

Dada a natureza dos objectos a dividir, podemos considerar problemas de partilha no caso contínuo (partilha de objectos divisíveis, como é, por exemplo, a partilha de um bolo entre duas ou mais pessoas), no caso discreto (partilha de objectos indivisíveis, como por exemplo um carro entre duas ou mais pessoas) e no caso misto (os objectos a dividir são dos dois tipos anteriores).

Dada esta necessidade de partilhar, na década de 40, Hugo Steinhaus (matemático polaco) desenvolveu vários esquemas para resolver problemas de partilhas – regras e procedimentos para dividir um conjunto de bens por um certo número de elementos – com o objectivo de que, no final cada elemento fique satisfeito com a sua parte.

No entanto, muito antes de Steinhaus, outros matemáticos (e políticos) já se tinham debruçado sobre a resolução de problemas de partilhas.

Em 1787 em Filadélfia, delegados de treze Estados encontraram-se a fim de projectar uma constituição para uma nova nação e criar uma nova legislatura. Os estados mais pequenos (governados por New Jersey) queriam que todos tivessem o mesmo número de representantes na assembleia enquanto os estados mais poderosos se pretendiam uma forma de representação

proporcional. A solução final desta disputa foi a criação de um senado (em que todos os estados tinham dois senadores) e de uma “Casa de Representantes” (em que todos os estados tinham um número de representantes em função da sua população).

Em 1961, o Matemático Dubins debruçou-se também com um problema de partilha, resultante das cheias do Nilo: “As cheias do Nilo em cada primavera, alteram o valor das parcelas de terra. Se soubéssemos à partida que o rio iria atingir um de  $n$  (um valor positivo) níveis, e se tivéssemos uma parcela de terra para dividir entre  $k$  famílias, sendo essas parcelas  $A_1, \dots, A_k$ , constituindo o todo, que podia ser atribuído às  $k$  famílias, seja qual for o nível da cheia que ocorresse, será que cada família obterá uma porção justa? Surpreendentemente a resposta é sim.

Assim sendo, foram vários os problemas de partilha equilibrada levantados ao longo da história, demonstrando a importância que representa a necessidade da existência destes métodos.

Agora que foi dada uma breve noção da importância destes métodos em geral, o grupo vai iniciar a análise de dois métodos em concreto: o Método do Ajuste na Partilha e o Método da Licitação Secreta.

# Método do Ajuste na Partilha



## Quem desenvolveu o método – breves notas biográficas

---

O método do ajuste na partilha é um dos métodos livres de inveja desenvolvidos por Alan D. Taylor e Steven Brams, que permite desenvolver uma questão de divisão envolvendo, unicamente, dois divisores (é possível a sua aplicação a mais de dois jogadores, no entanto, apenas aplicado a dois jogadores é que consegue respeitar todas as propriedades que pretende satisfazer). Este é um método que pretende resolver conflitos, tanto numa situação de divórcio, como um conflito internacional. Apresentam-se então, breves notas biográficas dos matemáticos que desenvolveram este método:



### **Alan D. Taylor:**

Matemático norte-americano, nascido em 1947.

Alan D. Taylor é o professor catedrático de Matemática, no Marie Louise Bailey, Union College, Schenectady, Nova Iorque, tendo sido vencedor, em 1998, do prémio Stillman, para professores.

Doutorou-se pela Universidade de Dartmouth e embora tenha estagiado como lógico, passou grande parte da última década a lidar com questões matemáticas ligadas ao campo da ciência política.

Juntamente com a publicação de numerosos artigos de pesquisa, é o autor e co-autor de vários livros: *Matemática e Política*, *Partilha Livre de Inveja: da divisão do bolo à resolução de disputas* (com Steven Brams), *O Método do Ajuste na Partilha: garantindo partilhas justas para todos* (com Steven Brams), com W. Zwicker escreveu *Jogos Simples*, *A Matemática das Eleições e Três Resultados de Impossibilidade no Contexto da Modelação da Justiça*.

Os seus principais interesses pessoais são lógica, jogos matemáticos, ciência matemática política, escolhas sociais e a teoria do conjunto.



### **Steven J. Brams:**

Steven J. Brams é um cientista político e professor na Universidade de Nova Iorque. Brams é conhecido pela sua investigação em sistemas de votação, e em particular, pela sua defesa em relação à aprovação de votos.

Brams nasceu em Concord, New Hampshire a 28 de Novembro de 1940. Actualmente é casado e tem dois filhos.

Brams licenciou-se pelo Instituto de Tecnologia de Massachusetts em Política, Economia e Ciência, em 1962. Em 1966 concluiu o seu doutoramento em Ciência Política.

Brams trabalhou durante algum tempo no Governo Federal dos Estados Unidos da América, antes de ingressar na posição de professor confederado na Universidade de Syracuse,

em 1967. Mudou-se para a Universidade de Nova Iorque, em 1969, onde é actualmente professor no Departamento de Política.

## Algoritmo do Método e as suas possíveis utilizações

---

O Método de ajuste na partilha é um método de partilha equilibrada, utilizado para dividir um número variável de bens entre dois jogadores, da forma mais justa possível.

A aplicação do método deverá obedecer ao seguinte algoritmo:

- **1º passo:** a aplicação do método inicia-se com a designação dos bens ou objectos a disputar. De seguida, ambos os jogadores avaliam, segundo os seus critérios, os diferentes bens de forma secreta.

- **2º passo:** ambos os jogadores atribuem pontos a cada um dos bens ou objectos disponíveis, de acordo com a sua avaliação. A soma dos pontos atribuídos por cada um deverá ser igual a 100. Esta atribuição de pontos é a base da divisão justa dos bens ou objectos.

- **3º passo:** uma vez que os pontos já foram atribuídos por ambos os jogadores, os bens ou objectos deverão ser atribuídos a quem mais os valoriza.

- **4º passo:** para tornar esta divisão livre de inveja, dever-se-á ajustar a partilha de modo a que, no final, tanto um jogador como outro, fiquem com o mesmo número de pontos<sup>1</sup>.

Algumas considerações:

- Este método deverá ser utilizado em negociações que envolvem bens ou objectos de fácil especificação como, por exemplo, a divisão de cargos numa empresa ou a divisão de propriedade conjugal numa situação de divórcio. É de notar que, aplicado numa situação de divórcio, este método consegue ter em conta os interesses de ambas as partes. É também possível a aplicação deste método no campo político (negociações de armamento ou disputas de fronteiras) ou ainda na esfera económica (negociações entre o trabalhador e o patrão na assinatura de um novo contrato ou entre duas companhias em relação a uma fusão empresarial), conseguindo este método satisfazer as preocupações mais salientes de ambas as partes.

- Deve-se referir também que Steven Brams aplicou este método em 1978, relativamente ao acordo de Camp David, celebrado entre o Egipto e Israel. Brams baseou-se em relatórios de 1970, nos quais são referidas as posições egípcias e israelitas sobre seis pontos controversos que estiveram em discussão para definir a divisão territorial. Concluiu, então, que a aplicação deste método levava a um resultado muito semelhante ao então negociado. Este é um exemplo da utilidade deste método na resolução de conflitos.

- Não se pode excluir também a utilização deste método em casos mais complexos como a sua aplicação a mais de dois jogadores. É de notar, não obstante a possibilidade do seu emprego, que este método, aplicado, por exemplo, a três jogadores, não irá satisfazer as três propriedades que o caracterizam:

- *livre de inveja*: todos os jogadores consideram que a parte que recebem é justa;

---

<sup>1</sup> O modo de que como se ajusta a partilha, será explicado na exemplificação do método.



- *equitativo*: todos os jogadores acreditam que a sua parte foi tão valorizada como a dos outros jogadores;

- *eficiente*: não permite que persistam dúvidas em relação ao facto de que a parte de cada jogador é a melhor e tão boa como a dos restantes jogadores;

satisfazendo pelo menos duas. Um processo que possibilita tanto a inexistência de inveja como a eficiência, foi desenvolvido pelos matemáticos holandeses J. H. Reijniere e J. A. M. Potters e outro que possibilita a eficiência e a equitatividade foi desenvolvido pelo matemático norte-americano Stephen J. Willson. É de notar que uma divisão igual de cada objecto de cada parte possibilita a inexistência de inveja e a equitatividade.

- A título de curiosidade este algoritmo foi patenteado em 1999, com o número 5983205.

## Um exemplo de aplicação deste método: uma situação de divórcio



Após o seu divórcio, o Gonçalo e a Madalena, pretende chegar a um acordo acerca da partilha dos bens comuns. Por proposta do advogado de Madalena, irão utilizar o método de ajuste na partilha, como forma de distribuir os seus bens.



Os bens que o Gonçalo e a Madalena pretendem dividir são os seguintes:

- um iate;
- um gato;
- um apartamento em Sintra;
- um quadro de Eurico Gonçalves.

Os bens em causa são aparentemente indivisíveis, mas esta não é a opinião dos interessados. O apartamento em Sintra, raramente utilizado, poderá ser facilmente dividido, estipulando períodos de possível utilização ao longo do ano; a partilha dos restantes bens também é uma situação perfeitamente aceitável por ambos os jogadores.

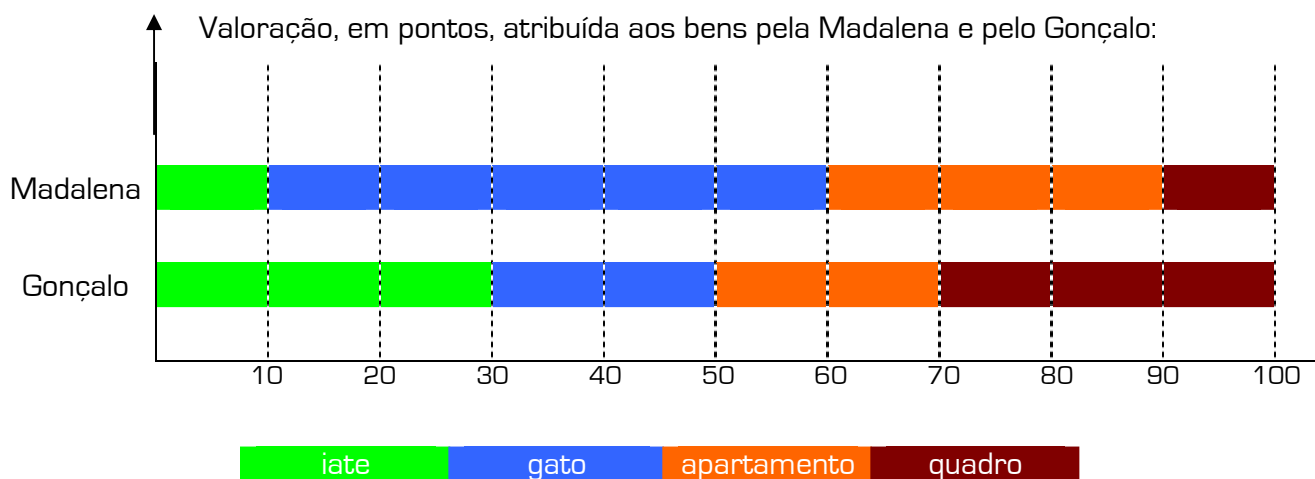
Procede-se então à divisão:

**1º passo:** cada um avalia, segundo os seus critérios, os diferentes bens de uma forma secreta;

**2º passo:** o Gonçalo e a Madalena pontuam cada um dos bens disponíveis de acordo com a sua avaliação. O somatório desses pontos deverá ser igual a 100. No presente caso aconteceu o seguinte:

	Madalena	Gonçalo
Iate	10	30
Gato	50	20
Apartamento	30	20
Quadro	10	30
<b>Total</b>	100	100

De acordo com as avaliações, verifica-se que a Madalena atribuiu maior valor ao gato e ao apartamento do que o ex-marido, passando-se exactamente o inverso em relação ao iate e ao quadro. A figura seguinte demonstra esta situação de uma forma bastante clara:

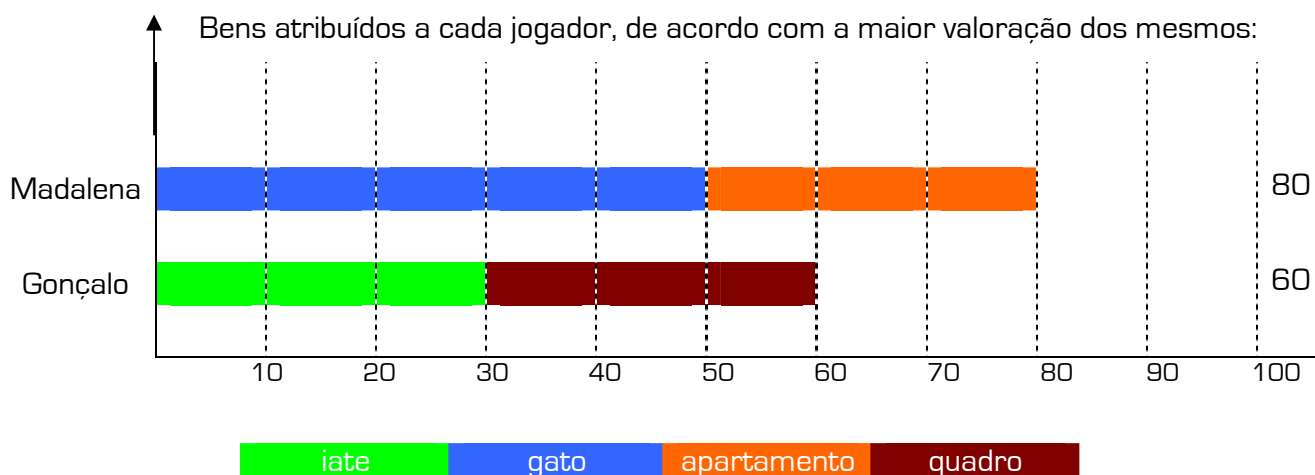


A partir da análise da figura, podemos concluir que para o Gonçalo o iate e o quadro têm um valor três vezes superior ao atribuído pela Madalena.

**3º passo:** atribui-se, assim, cada bem ao jogador que mais o valorizou:

Madalena: 50 (gato) + 30 (apartamento) = 80 pontos

Gonçalo: 30 (iate) + 30 (quadro) = 60 pontos



**4º passo:** ajustar a partilha, através da transferência de bens, de modo a que, no final, tanto a Madalena como o Gonçalo fiquem com o mesmo número de pontos:

Torna-se claro que a transferência integral de um bem da Madalena para o Gonçalo, não resolve a situação, antes pelo contrário inverte-a. A solução será, então transferir uma parte de um bem.

Dos bens atribuídos à Madalena, consideremos as razões entre as avaliações feitas por ambos:

$$\frac{\text{Aval. gato feita pela Madalena}}{\text{Aval. gato feita pelo Gonçalo}} = \frac{50}{20} = \frac{2,5}{1}$$

e

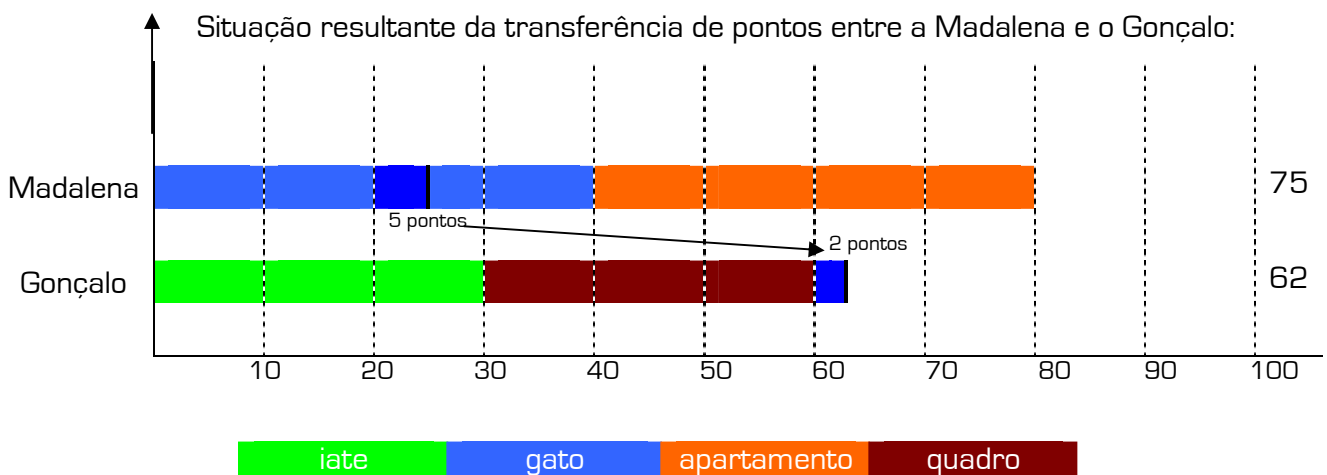
$$\frac{\text{Aval. apartamento feita pela Madalena}}{\text{Aval. apartamento feita pelo Gonçalo}} = \frac{30}{20} = \frac{1,5}{1}$$

Entre a Madalena e o Gonçalo ficou acordado que o ajuste seria feito através do gato.

$$\frac{\text{Aval. gato feita pela Madalena}}{\text{Aval. gato feita pelo Gonçalo}} = \frac{50}{20} = \frac{2,5}{1}$$

Quando nos referimos ao gato, verificamos que, para a Madalena transferir um ponto para o Gonçalo, tem que dispor de dois pontos e meio, ou seja, por cada dois pontos e meio que se retiram  pontuação da Madalena soma-se um ponto  do Gonçalo.

Na figura seguinte esquematiza-se a situação resultante de a Madalena passar dois pontos ao Gonçalo, perdendo, por isso cinco pontos:

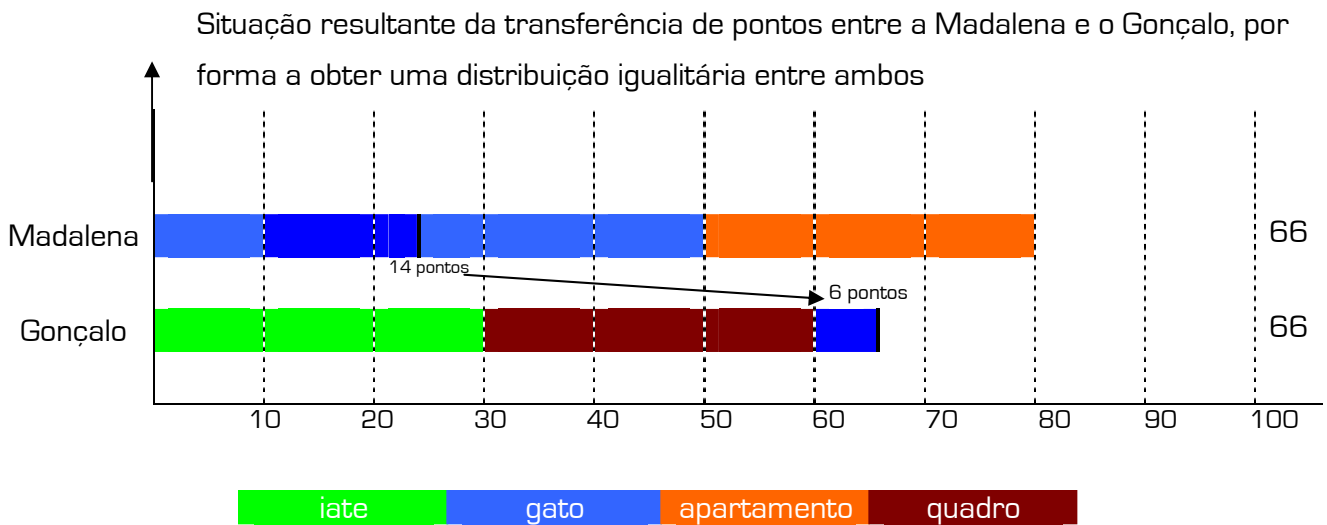


Como se pode verificar, a pontuação de ambos já está mais próxima (Madalena com 75 e Gonçalo com 62), mas esta ainda não é igual.

À medida que passamos pontos da Madalena para o Gonçalo, as pontuações totais aproximam-se. O importante é manter a razão de 2,5 para 1  $\left(\frac{2,5}{1} = \frac{5}{2} = \frac{1,25}{0,5} = \dots\right)$ . Continuando a efectuar sucessivas transferências da Madalena para o Gonçalo (partindo da alteração da pontuação já efectuada na figura anterior), obteríamos o seguinte resultado:

Pontos que a Madalena possui	Pontos transferidos para o Gonçalo	Pontos correspondentes recebidos pelo Gonçalo	Pontos com que fica o Gonçalo	Pontos com que fica a Madalena
75	5	2	64	70
70	2,5	1	65	67,5
67,5	2,5	1	66	66,25
66,25	0,156625	0,0625	66,0625	66,093375
<b>Pontos finais</b>			≈ 66	≈ 66

A seguinte figura sintetiza a situação final:



Portanto, a Madalena tem de dar ao Gonçalo 14 pontos dos 50 que atribuiu ao gato, ficando o Gonçalo com mais 6 pontos.

Assim a Madalena fica com  $\frac{36}{50} = \frac{2,88}{4}$  de 12 ;  $\frac{2,88}{4} \times 12 = 8,64 \rightarrow$  aproximadamente oito meses e meio com a companhia do gato;

Enquanto que o Gonçalo ficará com  $\frac{6}{20} = \frac{1,2}{4}$  de 12 ;  $\frac{1,2}{4} \times 12 = 3,6 \rightarrow$  aproximadamente três meses e meio com a companhia do gato.

No entanto, se analisarmos o quociente entre as avaliações feitas, em relação ao apartamento, pela Madalena e pelo Gonçalo verificamos que, dado esta razão ser mais pequena [ $1,5 < 2,5$ ], por cada três pontos cedidos pela Madalena ao Gonçalo, este irá aumentar dois pontos [ $3 = 2 \times 1,5$ ]:

$$\frac{\text{Aval. apartamento feita pela Madalena}}{\text{Aval. apartamento feita pelo Gonçalo}} = \frac{30}{20} = \frac{1,5}{1}$$

Suponhamos então que o apartamento será partilhado entre a Madalena e o Gonçalo. No entanto, tendo em conta que, neste processo o que se faz é averiguar qual a parte de um todo, atribuído a cada um dos elementos, poder-se-á obter o número de pontos com que ambos ficam no final de uma forma mais rápida, através da resolução de uma equação matemática.

Se considerarmos que  $x$  é a parte atribuída à Madalena referente ao apartamento, então a atribuída ao Gonçalo será  $1-x$ . Como pretendemos uma distribuição equitativa, basta-nos determinar o valor de  $x$ , que possibilita tal igualdade

$$50 + 30x = 60 + 20(1-x)$$

Avaliação do apartamento (30) e do gato (50), feita pela Madalena

Soma dos pontos dos dois bens com que o Gonçalo fica (iate e quadro)

Avaliação do apartamento pelo Gonçalo

A Madalena recebe o gato e poderá desfrutar alguns dias do ano o apartamento (1º membro da equação). Por sua vez, o Gonçalo recebe o iate e o quadro e poderá usufruir do apartamento nos restantes dias do ano (2º membro da equação).

$$50 + 30x = 60 + 20 - 20x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 30x + 20x = 60 + 20 - 50 \Leftrightarrow$$

Resolvendo a equação anterior teremos:  $\Leftrightarrow 50x = 30 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow x = \frac{30}{50} = \frac{3}{5}$$

Como, facilmente, se comprova ambos recebem o mesmo número de pontos:

$$\text{Madalena} \rightarrow 50 + 30 \times \frac{3}{5} = 68$$

superior aos 66, resultantes da partilha do gato

$$\text{Gonçalo} \rightarrow 60 + 20 \times \frac{2}{5} = 68$$

Conclui-se, assim que:

- A Madalena fica com o gato e pode desfrutar da utilização do apartamento durante cerca de sete meses ao longo do ano;

- O Pedro fica com o iate, o quadro, podendo da utilização do apartamento durante cerca de cinco meses ao longo do ano;

- Esta distribuição foi equitativa, pois tanto o Gonçalo como a Madalena ficaram com o mesmo número de pontos;

- O processo foi livre de inveja, pois nenhum dos intervenientes ficaria mais feliz com a parte que coube ao outro (cada um fica com aquilo que valorizou mais);

- Nenhuma outra atribuição poderá melhorar uma parte sem prejudicar a do outro, sendo assim um método eficiente.

# Método da Licitação Secreta



## Quem desenvolveu o método – breves notas biográficas

---

O método da licitação secreta foi desenvolvido pelo matemático polaco Bronislaw Knaster. Este é um método de partilha equilibrada semelhante ao desenvolvido por Alan Taylor e Steven Brams, no entanto, pode ser aplicado a dois ou mais intervenientes sem afectar as suas propriedades. Apresentam-se então, breves notas biográficas do matemático que desenvolveu este método:

### **Bronislaw Knaster:**

Bronislaw Knaster (1893 – 1990) foi um matemático polaco; professor universitário em Lwów desde 1939 e desde 1945 em Wrocław.

Trabalhou em topologia, onde descobriu o tão conhecido pseudoarco, também conhecido pelo contínuo de Knaster, e exemplo de um contínuo indivisível. Trabalhou também na Teoria do Conjunto.

Em 1963 recebeu um nagrodę państwową (prémio nacional) e uma graduação. Knaster era famoso pelo seu sentido de humor. Costumava organizar encontros entre matemáticos designados knasteriami, devido à história da sua disciplina na Polónia.



## Algoritmo do Método e as suas possíveis utilizações

---

O método da licitação secreta é um método de partilha equilibrada que pode ser aplicado a dois ou mais intervenientes e cujos bens a partilhar podem ser ou não divisíveis, da forma mais justa possível.

A aplicação do método deverá obedecer ao seguinte algoritmo:

- **1º passo:** a aplicação do método inicia-se com a designação dos bens a disputar, que como já foi referido podem ser divisíveis ou não. De seguida, cada um dos jogadores avalia, de forma secreta, os bens de acordo com os seus critérios pessoais;

- **2º passo:** calcula-se então o que cada um dos jogadores pensa ser a sua parte justa na partilha;

- **3º passo:** atribui-se cada bem a quem mais o valorizou;

- **4º passo:** determinação da diferença entre a parte que cada um considera justo receber e o bem recebido;

- **5º passo:** realiza-se o acerto final<sup>2</sup>.

Algumas considerações:

- O método da licitação secreta é actualmente um dos métodos de partilha equilibrada mais utilizados na divisão de vários bens por vários jogadores, no entanto, é no campo das heranças que a aplicação deste método é mais comum.

- É de notar ainda, que para este método funcionar, têm que se estabelecer algumas condições à partida, como por exemplo, que cada um dos jogadores tem que aceitar os bens que lhe são atribuídos, não obstante de uns serem mais valiosos que outros. Neste campo, o valor estimativo tem que ser tomado em conta. Também é importante referir que este método funciona apenas se a avaliação for secreta, caso contrário, um jogador pode ajustar a sua avaliação em relação à avaliação dos outros jogadores. A aliança dos jogadores é um facto bastante importante neste método, pois nem todos ficam a ganhar com a desonestidade.

---

<sup>2</sup> O modo como se realiza o acerto final, será explicado na exemplificação do método.

## Um exemplo de aplicação deste método: a divisão de uma herança

Ao escrever o seu testamento, a tia Helena cometeu um grave erro (ver Anexos, Apêndice A, para exemplos de testamentos redigidos a partir dos formulários apresentados por Carlos Ricardo Soares, no seu livro *Heranças & Partilhas – Guia Prático*)...! No entanto a data do encontro com o advogado para correcção dos erros coincidiu com a data do seu falecimento.

O advogado depara-se com o seguinte problema: ao escrever o seu testamento, a tia Helena esquecera-se de incluir um terreno e uma casa em Beja, assim como um quadro e 80000 mil euros em dinheiro. Mas não fora só. Esquecera-se também de incluir no seu testamento três sobrinhos seus: o Pedro, o João e a Maria. Uma vez que todos outros parentes já estavam contemplados no testamento, o advogado decidiu permitir que os três sobrinhos escolhessem os bens que preferissem. Para o efeito, utilizou o método da licitação secreta como se passa a exemplificar:



Em **1º lugar**, cada pessoa avalia, de forma secreta, os bens de acordo com os seus critérios pessoais:

Bem	Pedro	João	Maria
Terreno	20000 €	15000 €	18000 €
Casa	25000 €	29000 €	14000 €
Quadro	1000 €	1300 €	1400 €
Dinheiro	80000 €	80000 €	80000 €
<b>Soma das atribuições</b>	126000 €	125300 €	113400 €

Em **2º lugar**, calcula-se o que cada um dos herdeiros pensa ser a sua parte justa na partilha:

	Pedro	João	Maria
“Porção justa” 1/3 da soma das avaliações que cada um fez <b>(A)</b>	(126000 € : 3) 42000 €	(115300 € : 3) 41767 €	(113400 € : 3) 37800 €

Em **3º lugar**, atribui-se cada bem a quem mais os valorizou:

	Pedro	João	Maria
Bens atribuídos e respectivo valor	Terreno 20000 €	Casa 29000 €	Quadro 1400 €
<b>Total (B)</b>	20000 €	29000 €	1400 €

Em **4º lugar**, calcula-se a quantia que cada herdeiro irá receber em dinheiro:

	Pedro	João	Maria
Valor dos bens atribuídos	20000 €	29000 €	1400 €
Quantia que vai receber em dinheiro (diferença entre o que achava justo e o valor dos bens que lhe foram atribuídos <b>A - B</b> )	(42000 € - 20000 €) 22000 €	(41767 € - 29000 €) 12767 €	(37800 € - 1400 €) 36400 €
<b>Total</b>	42000 €	41767 €	37800 €

Em **5º lugar**, realiza-se o acerto final, ou seja, calcula-se o dinheiro restante:

- Valor total da herança atribuído pelos herdeiros:

$$20000 \text{ €} + 29000 \text{ €} + 1400 \text{ €} = 50400 \text{ € (Bens)}$$

$$50400 \text{ €} + 80000 \text{ €} = 130400 \text{ € (Bens + Dinheiro)}$$

- Valor já atribuído:

$$\begin{array}{r} \text{Pedro} \quad \quad \text{João} \quad \quad \text{Maria} \\ 42000 \text{ €} + 41767 \text{ €} + 37800 \text{ €} = 121567 \text{ €} \end{array}$$

$$130400 \text{ €} - 121567 \text{ €} = 8833 \text{ € (Dinheiro restante)}$$

$$8833 \text{ €} : 3 = 2944,33 \text{ €} \left( \frac{1}{3} \text{ do dinheiro restante} \right)$$

*Em síntese:*

	Pedro	João	Maria
Bens	20000 €	29000 €	1400 €
Dinheiro	22000 €	12767 €	36400 €
$\frac{1}{3}$ do dinheiro restante	2944,33 €	2944,33 €	2944,33 €
<b>Valor total recebido</b>	44944,33 €	44711,33 €	40744,33 €

Outra representação do quadro final será:

	Pedro	João	Maria
Bens atribuídos	Terreno	Casa	Quadro
Valor dos bens	20000 €	29000 €	1400 €
Quantia de dinheiro	22000 €	12767 €	36400 €
Acordo inicial	42000 €	41767 €	37800 €
$\frac{1}{3}$ do dinheiro restante	2944,33 €	2944,33 €	2944,33 €
<b>Acordo final</b>	<b>44944,33 €</b>	<b>44711,33 €</b>	<b>40744,33 €</b>

Sendo assim, o acordo final é:

- **Pedro:** terreno (20000 euros) + dinheiro (22000 euros) +  $\frac{1}{3}$  do dinheiro restante (2944,33 euros);
- **João:** casa (29000 euros) + dinheiro (12767 euros) +  $\frac{1}{3}$  do dinheiro restante (2944,33 euros);
- **Maria:** quadro (1400 euros) + dinheiro (36400 euros) +  $\frac{1}{3}$  do dinheiro restante (2944,33 euros);

Embora não recebam os mesmos valores, cada um recebe mais 2944,33 euros do que pensaria ser um terço do bem, conseqüentemente, pode-se afirmar que este é um método livre de inveja. Uma vez que cada um recebe, inicialmente, a quantia que achava justa em dinheiro e o bem que mais valorizara em relação aos restantes jogadores (acha que esta parte já é justa, representando um terço do bem), recebe ainda mais uma outra quantia de dinheiro a acrescentar à parte que considera justa. Conseqüentemente, na visão de cada jogador, ele recebe ainda mais do que teria direito.

## Conclusão

---

A divisão de uma herança, a divisão de bens após um divórcio, a nível familiar; os parâmetros de um contrato, a nível profissional; o ajuste de fronteiras, a nível nacional; condições para resolver um conflito, a nível internacional; são apenas uma breve enumeração de situações em que a partilha equilibrada é necessária. Para tal, foram criados métodos de partilha equilibrada como os dois analisados ao longo deste trabalho.

Ao analisarmos ambos os métodos concluímos que, além de darem origem a uma divisão que todos acham justa e que satisfaz as preferências de cada um, são métodos de uma simplicidade bastante grande. No entanto numa situação de divórcio ou na partilha de uma herança (por exemplo), estes métodos não deverão tomar o lugar de um advogado, mas sim, constituir um auxílio no desempenho das suas funções. Jamais nos podemos esquecer que na divisão de bens está sempre inerente a satisfação de certos parâmetros legais e judiciais. Dada a importância deste factor o grupo achou interessante explicar algumas condições e leis a que uma herança deve obedecer no sistema judicial português.

Segundo o código civil português, a partilha de uma herança, quando existem herdeiros legitimários, pode subdividir-se em dois tipos. O grupo optou por explicar apenas um, dado ser o que está relacionado com a situação problemática referida na exemplificação do método da licitação secreta. Neste caso, existem doações e testamentos. Quando se está perante uma sucessão legitimária e tenha havido liberalidades do *de cuius*, também serão chamados à sucessão, de acordo com os respectivos títulos de vocação sucessória, os *donatários mortis causa*, e os *testamentários*. Aos herdeiros legitimários caberá sempre, pelo menos, a quota legítima [Artigo 2156º: “Entende-se por legítima a porção de bens de que o testador não pode dispor, por ser legalmente destinada aos herdeiros legitimários.” Embora a lei refira o testador, não só as disposições testamentárias, mas também as outras liberalidades]. Com efeito quando as liberalidades excedem a quota disponível e ofendem a legítima, serão inoficiosas e, como tais, redutíveis àquele limite. Se as liberalidades não esgotarem a quota disponível, então, os herdeiros legitimários ainda terão direito ao remanescente. Assim, para calcular a legítima, ter-se-á em conta o valor global da herança que, nos termos do artigo 2162º - 1, se obtém pela avaliação dos bens existentes no património do autor da sucessão, à data da sua morte, deduzindo a estes valores as dívidas da herança (os bens não doados); ao valor assim obtido adiciona-se o valor dos bens doados e o valor das despesas sujeitas a colação. Ou seja, o valor global da herança é igual ao valor dos bens existentes no património do autor da sucessão, à data da sua morte, menos as dívidas da herança, mais o valor dos bens doados, mais o valor das despesas sujeitas a colação.

Será então esta a base da partilha de uma herança, a partir de um testamento. Mas a par destas ideias gerais, existem muitas outras condições e possibilidades consoante quem são os herdeiros. São diferentes as formas como se aplica a distribuição de uma herança apenas quando existe o cônjuge, ou descendentes, ou ascendentes.

Em suma, o grupo conclui, que a par de algumas dificuldades encontradas na resolução dos métodos, que pretende dividir, por exemplo um herança, tem que se deparar com vários parâmetros legais que limitam a sua actuação.

Esperamos então que este trabalho, que nos proporcionou um alargamento do nosso conhecimento em relação a estes métodos de partilha equilibrada, seja tão agradável para o seu leitor, como para nós nos foi a sua realização.

## Bibliografia consultada

---

- SOARES, Carlos Ricardo, *Heranças e Partilhas – Guia Prático*, Almedina, Coimbra, Outubro, 2003;
- TELLES, Inocêncio Galvão, *Sucessões – parte geral*, Coimbra Editora, Julho 2004;
- NEVES, Maria Augusta Ferreira, *Matemática Aplicada às Ciências Sociais 10*, Porto Editora, Porto, 2004;
- NEVES, Maria Augusta Ferreira, *Matemática Aplicada às Ciências Sociais 10 – Caderno de Actividades*, Porto Editora, Porto, 2004;
- BENETT, Sandi, *Partilhas Justas: Como obter uma quota justa*, HiMAP/COMAP, 1987;
- [www.nyu.edu/projects/adjusted\\_winnwe/awprinter/awprinterfriendly.htm](http://www.nyu.edu/projects/adjusted_winnwe/awprinter/awprinterfriendly.htm);
- [www.nyu.edu/gsas/dept/politics/faculty/brams\\_hom.html](http://www.nyu.edu/gsas/dept/politics/faculty/brams_hom.html);
- [www.barbecuejoe.com/bramstaylor.htm](http://www.barbecuejoe.com/bramstaylor.htm);
- [www.wikipedia.com](http://www.wikipedia.com).

# Anexos



- Apêndice A: exemplos de testamentos.

## APÊNDICE A: EXEMPLOS DE TESTAMENTOS:

Exemplos de testamentos públicos (segundo o Artigo 2204º do Código Civil, feitos por escrituras públicas, escritos pelo notário no seu livro de notas. Apenas o testador pode ter acesso aos testamentos públicos arquivados nos cartórios notoriais):

### - Exemplo 1:

Testamento de Helena Maria da Cruz e Cruzeiro, viúva, do lugar de Formões, concelho de Atães, distrito de Fareja.

No dia 9 de Novembro de 2000, no Cartório Nacional de Atães, perante mim, o notário do concelho, João dos Fins e Finais, compareceu a testadora Helena Maria da Cruz e Cruzeiro, viúva, proprietária, natural e residente em Formões, filha de António Manuel Cruzeiro e de Antónia Manuela Cruz.

Verifiquei a identidade da testadora por abonação das duas testemunhas adiante mencionadas.

E pela mesma testadora foi dito que faz o seu testamento pela seguinte forma:

Que institui herdeiro de toda a quota disponível de todos os seus bens, direitos e acções seu sobrinho, Joaquim Belchior de Oliveira, solteiro, proprietário, natural e residente em Formões, filho de Alexandre Costa e Oliveira e de Alexandra da Silva Belchior.

Que assim termina este seu testamento, sendo o primeiro que faz. Assim o disse e o outorgou.

Foram testemunhas Gervásio de Sepúlveda Frias, casado, proprietário, residente em Formões e Fuliginoso Cervantes da Rocha, casado comerciante, residente em Atães.

Foi feita ao testador, em voz alta e na presença simultânea de todos os intervenientes, a leitura deste testamento e a explicação do seu conteúdo e efeito. O testador não assina por declarar que não sabe.

### - Exemplo 2:

No dia 9 de Novembro de 2000, no Cartório Nacional de Atães, perante mim, o notário do concelho, João dos Fins e Finais, compareceu a testadora Helena Maria da Cruz e Cruzeiro, proprietária, natural e residente em Formões, filha de António Manuel Cruzeiro e de Antónia Manuela Cruz, viúva, segundo declara, cuja identidade verifiquei por abonação das duas testemunhas adiante mencionadas.

E pelo mesmo testador foi dito e que faz o seu testamento, que é o primeiro, do seguinte modo: lega ao seu sobrinho, Joaquim Belchior de Oliveira, solteiro, proprietário, natural e residente em Formões, filho de Alexandre Costa e Oliveira e de Alexandra da Silva Belchior, por conta do legítimo, o usufruto vitalício de todos os seus bens.

Assim o disse e outorgou.

Foram testemunhas Gustavo Semedo Fróis, casado, proprietário, residente em Formões e Filinto Carvalho, casado, comerciante, residente em Atães.

Este testamento foi lido, em voz alta e na presença simultânea de todos os intervenientes, e explicado do seu conteúdo e efeito. O testador não assina por declarar que não sabe.